

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Мурманский арктический университет»  
(ФГАОУ ВО «МАУ»)**

**Комплект контрольно-оценочных средств  
по учебной дисциплине «Элементы высшей математики»  
специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование  
базовой подготовки**

Мурманск  
2024

# КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## Общие сведения

1.	Специальность	09.02.03 Программирование в компьютерных системах
2.	Форма обучения	очная
3.	Дисциплина	ЕН.01. Элементы высшей математики
4.	Форма аттестации по учебной дисциплине	экзамен

## Перечень формируемых знаний, умений и компетенций

Умения	Знания
<p>У.1. Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.</p> <p>У.2. Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости.</p> <p>У.3. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.</p> <p>У. 4. Решать дифференциальные уравнения.</p> <p>У.5. Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.</p>	<p>З.1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.</p> <p>З.2. Основы дифференциального и интегрального исчисления.</p> <p>З.3. Основы теории комплексных чисел.</p>

## Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Раздел Тема	Результаты обучения: умения, знания		Форма проверки
	Знания	Умения	
1	3	4	5
<p>Раздел 1. Элементы линейной алгебры.</p> <p>Тема 1.1. Матрицы и действия над ними.</p> <p>Тема 1.2. Определитель матрицы и его свойства.</p> <p>Тема 1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы.</p>	<p>З.1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p>У.1. Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.</p>	<p>Фронтальный и индивидуальный опрос</p> <p>Тестирование</p> <p>Самостоятельная работа</p> <p>Практическая работа № 1</p> <p>Практическая работа № 2</p> <p>Контрольная работа</p>
<p>Раздел 2. Системы линейных уравнений и методы их решения.</p> <p>Тема 2.1. СЛАУ, общее решение. Частное и базисное решение.</p>	<p>З.1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.</p>	<p>У.1. Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.</p>	<p>Фронтальный и индивидуальный опрос</p> <p>Самостоятельная работа</p> <p>Практическая работа № 3</p> <p>Практическая работа № 4</p> <p>Контрольная работа</p>

Раздел Тема	Результаты обучения: умения, знания		Форма проверки
	Знания	Умения	
1	3	4	5
Тема 2.2. Решение СЛАУ методом Крамера и матричным методом. Тема 2.3. Решение СЛАУ методом Гаусса.			
Раздел 3. Элементы аналитической геометрии. Тема 3.1. Векторы. Операции над векторами. Тема 3.2. Уравнение прямой на плоскости. Тема 3.3. Кривые второго порядка.	3.1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.	У.2. Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости.	Фронтальный и индивидуальный опрос Тестирование Самостоятельная работа Практическая работа № 5 Практическая работа № 6 Контрольная работа
Раздел 4. Основы теории комплексных чисел. Тема 4.1. Комплексные числа, действия над ними.	3.3. Основы теории комплексных чисел.	У.5. Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	Фронтальный и индивидуальный опрос Самостоятельная работа Практическая работа № 7 Контрольная работа
Раздел 5. Основы математического анализа. Тема 5.1. Предел функции и его свойства. Тема 5.2. Непрерывность функции. Точки разрыва, их классификация Тема 5.3. Замечательные пределы, способы раскрытия неопределенностей	3.1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.	У.3. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.	Фронтальный и индивидуальный опрос Самостоятельная работа Практическая работа № 8
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.	3.2. Основы дифференциального и интегрального исчисления.	У.3. Применять методы дифференциального и интегрального	Фронтальный и индивидуальный опрос Тестирование Самостоятельная работа Практическая работа № 9 Практическая работа № 10

Раздел Тема	Результаты обучения: умения, знания		Форма проверки
	Знания	Умения	
1	3	4	5
<p>Тема 6.1. Производная. Правила дифференцирования. Физический и геометрический смысл производной.</p> <p>Тема 6.2. Производная сложной функции. Производные высших порядков.</p> <p>Тема 6.3. Дифференциал функции.</p> <p>Тема 6.4. Исследование функций с помощью производной.</p>		о исчисления.	Контрольная работа
<p>Раздел 7. Интегральное исчисление функции одной переменной.</p> <p>Тема 7.1. Неопределенный интеграл и его свойства.</p> <p>Тема 7.2. Определенный интеграл и его свойства.</p> <p>Тема 7.3. Несобственные интегралы.</p>	3.2. Основы дифференциального и интегрального исчисления.	У.3. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.	Фронтальный и индивидуальный опрос Тестирование Самостоятельная работа Практическая работа № 11 Практическая работа № 12 Контрольная работа
<p>Раздел 8. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных.</p> <p>Тема 8.1. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Понятие частной</p>	3.2. Основы дифференциального и интегрального исчисления.	У.3. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.	Фронтальный и индивидуальный опрос Самостоятельная работа Практическая работа № 13

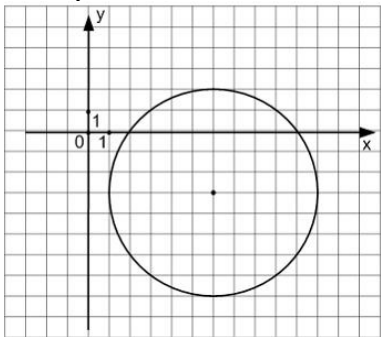
Раздел Тема	Результаты обучения: умения, знания		Форма проверки
	Знания	Умения	
1	3	4	5
производной.			
Раздел 9. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных. Тема 9.1. Двойные интегралы и их свойства.	3.2. Основы дифференциал ьного и интегрального исчисления.	У.3. Применять методы дифференци ального и интегральног о исчисления.	Фронтальный и индивидуальный опрос Практическая работа № 14 Контрольная работа
Раздел 10. Обыкновенные дифференциальны е уравнения. Тема 10.1. Обыкновенные дифференциальны е уравнения. Общее и частное решения. Тема 10.2. Решение дифференциальны х уравнений 1-го порядка. Тема 10.3. Дифференциальны е уравнения 2-го порядка.	3.2. Основы дифференциал ьного и интегрального исчисления. 3.3. Основы теории комплексных чисел.	У.3. Применять методы дифференци ального и интегральног о исчисления. У. 4. Решать дифференциа льные уравнения. У.5. Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	Фронтальный и индивидуальный опрос Самостоятельная работа Практическая работа № 15 Практическая работа № 16 Контрольная работа
			Экзамен


### Порядок и условия организации промежуточной аттестации по дисциплине

- 1) Форма проведения аттестации – экзамен в форме компьютерного тестирования.
- 2) Требования к студенту по допуску к промежуточной аттестации: сдача всех практических работ.
- 3) Количество вариантов заданий: случайный выбор 16 вопросов из базы тестовых вопросов.
- 4) Время выполнения задания: 50 минут.
- 5) Оборудование: тестирование проводится в компьютерном классе.
- 6) Литература для студентов, использование которой разрешено на экзамене: не предусмотрено.

Типовые задания для экзамена.

№ пп	Вопросы	№ отв	Варианты ответов
1.	$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ . Найти $2A^T$ .	а	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

		б	$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
		в	$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$
		г	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$
2.	Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .	а	11
		б	-21
		в	13
		г	5
3.	Найти решение системы уравнений $\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 6, \\ 4x + 2y + 5z = 5, \\ x + 2y + z = 4. \end{cases}$	а	$x = 1, y = 2, z = -1$
		б	$x = -1, y = 2, z = 0$
		в	$x = -1, y = 2, z = 1$
		г	$x = 1, y = -2, z = -1$
4.	Даны векторы $\bar{a} = \{-2; 1; 0\}$ и $\bar{b} = \{1; 0; 2\}$ . Найдите координаты вектора $2\bar{a} - \bar{b}$ .	а	$2\bar{a} - \bar{b} = \{-3; 2; -2\}$
		б	$2\bar{a} - \bar{b} = \{5; -2; 2\}$
		в	$2\bar{a} - \bar{b} = \{-5; 2; -2\}$
		г	$2\bar{a} - \bar{b} = \{-5; 2; 2\}$
5.	Известно, что уравнение прямой, проходящей через две точки $A$ и $B$ , имеет вид $\frac{x - x_A}{x_A - x_B} = \frac{y - y_A}{y_A - y_B}$ . Тогда для точек $A(-2; -1)$ и $B(1; 2)$ уравнением прямой является ...	а	$x - y + 1 = 0$
		б	$x - y - 1 = 0$
		в	$3x - y - 1 = 0$
		г	$x - 3y - 5 = 0$
6.	Уравнением окружности, изображенной на чертеже,  является ...	а	$(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 25$
		б	$(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 25$
		в	$(x - 6)^2 + (y + 3)^2 = 5$
		г	$(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 25$
7.	$\frac{3 - i}{3 + i} = \dots$	а	$\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$
		б	$\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$
		в	$1 - \frac{3}{4}i$
		г	$-1 - \frac{3}{4}i$
8.	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x^2}{3x + 2x^2}$ равен ...	а	0
		б	$\frac{1}{3}$

		В	$\infty$
		Г	$\frac{1}{2}$
9.	Производная функции $y = \sin^2 5x$ равна ...	а	$y' = 10 \sin 5x \cdot \cos 5x$
		б	$y' = 10 \sin x \cdot \cos x$
		в	$y' = -10 \sin 5x \cdot \cos 5x$
		г	$y' = 2 \sin 5x \cdot \cos 5x$
10.	Найти промежутки возрастания функции $y = x^2 - 4x$ .	а	$(-\infty; +\infty)$
		б	$[2; +\infty)$
		в	$[-2; +\infty)$
		г	$(-\infty; 2]$
11.	Какая из перечисленных формул является формулой Ньютона-Лейбница?	а	$\int f(x) dx = F(1) - F(0)$
		б	$\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$
		в	$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$
		г	$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
12.	Вычислить: $\int_2^3 (3x^2 - 4x - 1) dx$	а	4
		б	8
		в	-12
		г	18
13.	Частные производные функции $z = x^2 - y^2$ равны ...	а	$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x; \frac{\partial z}{\partial y} = -2y$
		б	$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x; \frac{\partial z}{\partial y} = 2y$
		в	$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x - y^2; \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 - 2y$
		г	$\frac{\partial z}{\partial x} = x^2; \frac{\partial z}{\partial y} = -y^2$
14.	Если область D, в которой рассматривается двойной интеграл, представляет из себя прямоугольник  то двойной интеграл вычисляется по формуле ...	а	$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy$
		б	$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dy$
		в	$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_c^d dy \int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} f(x, y) dx$
		г	$\iint_D f dx dy = \int_a^c dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f dy + \int_c^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_3(x)} f dy$
15.	Найдите частное решение дифференциального уравнения $y' - x = 0$ при $y(0)=1$ .	а	$y = \frac{x^2}{2} - 2$
		б	$y = \frac{x^2}{2} + 1$

		в	$y = \frac{x^2}{2} + C$
		г	$y = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}$
16.	Проверьте, какие из ответов являются решением дифференциального уравнения $y'' - 9y = 0$ .	а	$y = e^{3x}$
		б	$y = 9x$
		в	$y = x^9$
		г	$y = \cos 3x$

ШКАЛА соответствия числа правильных ответов на тестовые вопросы оценкам по пятибалльной шкале

Процент результативности (правильных ответов)	Количество правильных ответов теста	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
		балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	15 - 16	5	отлично
75 ÷ 89	12 - 14	4	хорошо
60 ÷ 74	10 - 11	3	удовлетворительно
менее 60	0 - 9	2	неудовлетворительно

### Типовые контрольные задания и методические материалы для текущего контроля

#### Типовые задания для фронтального и индивидуального опроса по теме «Дифференциальное исчисление».

1. Дайте определение производной функции.
2. Объясните геометрический смысл производной.
3. Чему равна производная постоянной?
4. Чему равна производная аргумента?
5. Как вычисляется производная алгебраической суммы функции, произведения и частного функций?
6. Какую функцию называют сложной? Приведите примеры сложных функций.
7. Как вычисляется производная сложной функции?
8. Чему равна производная при данном значении аргумента с геометрической точки зрения?
9. Запишите уравнения касательной и нормали, проведенных через данную точку на кривой.
10. Как вычисляется угловой коэффициент касательной в данной точке кривой?
11. Как определяется скорость изменения функции при данном значении аргумента?
12. Как определяется ускорение прямолинейного движения точки при данном значении аргумента?

13. Какие физические задачи решаются с применением производной?
14. Приведите формулы для нахождения производных синуса и косинуса.
15. Выведите формулу производной тангенса. При каких значениях аргумента производная тангенса не имеет смысла?
16. Выведите формулу производной котангенса. При каких значениях аргумента производная котангенса не имеет смысла?
17. Что называется производной второго порядка?
18. Что называется средним ускорением?
19. Что называется ускорением прямолинейного движения точки?
20. Как по закону движения точки находится ускорение точки?

Текст задания: Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций.

- |    |                               |    |                               |
|----|-------------------------------|----|-------------------------------|
| 1  | $C' =$                        | 11 | $(\ln x)' =$                  |
| 2  | $(x^m)' =$                    | 12 | $(\sin x)' =$                 |
| 3  | $x' =$                        | 13 | $(\cos x)' =$                 |
| 4  | $(x^2)' =$                    | 14 | $(u + v)' =$                  |
| 5  | $(x^3)' =$                    | 15 | $(u - v)' =$                  |
| 6  | $(\sqrt{x})' =$               | 16 | $(uv)' =$                     |
| 7  | $\left(\frac{1}{x}\right)' =$ | 17 | $(Cu)' =$                     |
| 8  | $(kx + b)' =$                 | 18 | $\left(\frac{u}{v}\right)' =$ |
| 9  | $(a^x)' =$                    | 19 | $\left(\frac{1}{v}\right)' =$ |
| 10 | $(e^x)' =$                    | 20 | $f(\varphi(x))' =$            |

Критерии оценки устного ответа:

При оценке обучающегося следует учитывать:

- 1) полноту и правильность ответа;
- 2) степень осознанности, понимания изученного;
- 3) языковое оформление ответа.

Оценка «5» ставится, если обучающийся

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой,

- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

Оценка «4» ставится, если ответ удовлетворяет основным требованиям к ответу на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Оценка «3» ставится, в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов;
- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Оценка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

#### Типовые задания для теста по теме «Матрицы. Виды матриц».

1. Матрицей называется ...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) прямоугольная таблица из  $m$  на  $n$  элементов
- 2) квадратная таблица из  $m$  на  $m$  элементов

- 3) число  
4) вектор
2. Дополните предложение: Матрица, называется ..., если у нее количество строк равно числу столбцов.
3. Из представленных матриц указать единичную.

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                       2)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$                       3)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$                       4)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Матрица  $A^{-1}$ , которая удовлетворяет условиям  $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$ , где  $E$  - единичная матрица, называется ...

Выберите один из 4 вариантов ответа:

- 1) квадратной                      2) противоположной                      3) обратной                      4) невырожденной

5. Из представленных матриц указать матрицу-строку.

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$                       2)  $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                       3)  $(2 \quad -3 \quad 7);$                       4)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Сумма матриц  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$  и  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ , равна

1)  $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$                       2)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$                       3)  $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$                       4)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

7.  $-2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \dots$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)  $\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 0 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$                       2)  $\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 0 & 2 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$                       3)  $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 2 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$                       4)  $\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 0 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

8. Согласны ли Вы с утверждениями:

Укажите истинность или ложность вариантов ответа:

\_\_\_ Матрица называется **квадратной**  $n$ -ого порядка, если число ее строк равно числу столбцов и равно  $n$ .

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

\_\_\_ - это элементы главной диагонали

\_\_\_ **Единичной** матрицей называется любая матрица, у которой все элементы главной диагонали равны единице.

\_\_\_ Матрица любого размера называется **нулевой** или нуль-матрицей, если все ее элементы равны нулю.

9. Вычислить  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)  $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 14 & 7 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -13 & 17 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 3 & -13 \\ -5 & 17 \end{pmatrix}$

10. Матрицей, обратной к данной  $\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ , является матрица ...

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)  $\hat{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & -1 \\ 0,5 & 0 \end{pmatrix}$

2)  $\hat{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

3)  $\hat{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -0,5 & 1 \\ -0,5 & 0 \end{pmatrix}$

4)  $B^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 & 1,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

**Критерии оценки тестового задания:**

За один правильный ответ начисляется один балл

Оценка	Баллы
5	Выполнено 91-100%;
4	Выполнено 75- 90%;
3	Выполнено 60-74%;
2	Выполнено менее 60%

**Типовые задания для самостоятельной работы по теме «Дифференцирование сложных функций».**

Правило дифференцирования сложной функции:

Если  $y = f(u)$ ,  $u = u(x)$ , т.е.  $y = f[u(x)]$ , где функции  $f(u)$  и  $u(x)$  имеют производные, то  $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ .

Образец выполнения задания:

Пример 1. Найдите производную функции  $y = (2x^3 + 5)^4$ .

Решение:

Обозначим  $2x^3 + 5 = u$ , тогда  $y = u^4$ . По правилу дифференцирования сложной функции имеем

$$y' = (u^4)'_u \cdot (2x^3 + 5)'_x = 4u^3 (6x^2) = 24x^2 (2x^3 + 5)^3.$$

Ответ:  $y' = 24x^2 (2x^3 + 5)^3$

Пример 2. Найдите производную функции  $y = \sin(2x + 3)$ .

Решение:  $y' = \cos(2x + 3) \cdot (2x + 3)' = 2 \cos(2x + 3)$ .

Ответ:  $y' = 2 \cos(2x + 3)$ .

Пример 3. Найдите производную функции  $y = \sin^3 \frac{x}{3}$ .

$$\text{Решение: } y' = 3 \sin^2 \frac{x}{3} \cdot \left( \sin \frac{x}{3} \right)' = 3 \sin^2 \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} \left( \frac{x}{3} \right)' = \sin^2 \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3}.$$

Ответ:  $y' = \sin^2 \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3}$

*Задание для самостоятельной работы:*

Найдите производные от следующих функций:

1.  $y = (x^3 - 2x^2 + 5)^3$

2.  $y = \cos(5x - 1)$

3.  $y = \cos^2 5x$

Критерии оценки самостоятельной работы:

Оценка «5» ставится, если работа выполнена полностью без ошибок и недочетов.

Оценка «4» ставится за работу, выполненную полностью, но обоснования шагов решения недостаточны или допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках.

Оценка «3» ставится, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки «3» или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

Критерии ошибок:

- К г р у б ы м ошибкам относятся ошибки, которые обнаруживают незнание обучающимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- К н е г р у б ы м ошибкам относятся: потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им;
- К н е д о ч е т а м относятся: нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Типовые задания для практической работы по теме «Решение СЛАУ матричным методом и методом Крамера»

Цели работы: научиться решать СЛУ методом Крамера и матричным методом.

Дидактический материал для выполнения практической работы:

Методические рекомендации для выполнения практических работ, тетрадь для практических работ, конспект лекций.

Краткое изложение темы.

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

*Теорема Крамера.* Пусть  $\Delta$  – определитель матрицы системы  $A$ , а  $\Delta_j$  – определитель, полученный из определителя  $\Delta$  заменой  $j$ -го столбца столбцом свободных членов  $B$ .

Тогда, если  $\Delta \neq 0$ , то система линейных уравнений имеет единственное решение, определяемое по формулам:

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, (j = 1, 2, \dots, n).$$

Данные формулы называются формулами Крамера.

Метод Крамера можно применять при решении только тех систем, в которых число уравнений совпадает с числом неизвестных, причём определитель системы должен быть отличен от нуля.

2. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение.

Сведем коэффициенты при неизвестных в системе уравнений в матрицу

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} - \text{матрица системы.}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} - \text{матрица неизвестных } X, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix} - \text{матрица свободных членов.}$$

Тогда систему линейных уравнений можно записать в матричной форме, поскольку размер матрицы  $A$  равен  $m \times n$ , а размер  $X$  –  $n \times 1$ , значит, произведение этих матриц имеет смысл:  $AX=B$ .

Примеры выполнения заданий.

Пример 1. Найти решение системы уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

Решение:

1) Найдем главный определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot 3 \cdot 4 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) - 1 \cdot (-1) \cdot 2 - 3 \cdot 3 \cdot 5 = -30;$$

2) Найдем первый вспомогательный определитель

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \cdot 2 \cdot 2 + 14 \cdot 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot 3 \cdot 16 - 16 \cdot 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 3 \cdot 0 - 14 \cdot (-1) \cdot 2 = -30.$$

3) Найдем второй вспомогательный определитель

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix} = 5 \cdot 14 \cdot 2 + 1 \cdot 16 \cdot (-1) + 0 \cdot 3 \cdot 4 - 4 \cdot 14 \cdot (-1) - 16 \cdot 3 \cdot 5 - 1 \cdot 0 \cdot 2 = -60.$$

4) Найдем третий вспомогательный определитель

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 5 \cdot 2 \cdot 16 + 1 \cdot 3 \cdot 0 + (-1) \cdot 14 \cdot 4 - 4 \cdot 2 \cdot 0 - 3 \cdot 14 \cdot 5 - 1 \cdot (-1) \cdot 16 = -90.$$

5) Найдем  $x$ ,  $y$  и  $z$  по формулам Крамера  $x = \Delta_x / \Delta = 1$ ;  $y = \Delta_y / \Delta = 2$ ;  $z = \Delta_z / \Delta = 3$ .  
 Ответ:  $x = 1$ ,  $y = 2$ ,  $z = 3$ .

Пример 2. Найти  $x$ ,  $y$ ,  $z$  при помощи обратной матрицы: 
$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11 \\ 2x - y - 2z = -6 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

Решение: 1. Находим определитель системы: 
$$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 2 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -5 - 16 + 18 + 12 - 20 + 6 = -5.$$

2. Находим транспонированную матрицу  $A' = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Находим присоединенную матрицу.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = +(-1-4) = -5, \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -(-3+8) = -5,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 6+4=10, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -(2+6) = -8,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 5-12 = -7, \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -(-10-8) = 18,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = -4+3 = -1, \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = -(-10+9) = 1,$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} = -5+6 = 1.$$

Следовательно:  $\tilde{A} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & 10 \\ -8 & -7 & 18 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Вычисляем обратную матрицу  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \tilde{A}$ :

$$A^{-1} = \frac{1}{-5} \cdot \begin{pmatrix} -5 & -5 & 10 \\ -8 & -7 & 18 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1,6 & 1,4 & -3,6 \\ 0,2 & -0,2 & -0,2 \end{pmatrix}.$$

5. Находим  $x, y, z$ .

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1,6 & 1,4 & -3,6 \\ 0,2 & -0,2 & -0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 11 + 1 \cdot (-6) + (-2) \cdot 2 \\ 1,6 \cdot 11 + 1,4 \cdot (-6) + (-3,6) \cdot 2 \\ 0,2 \cdot 11 + (-0,2) \cdot (-6) + (-0,2) \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ответ:  $x=1, y=2, z=3$ .

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Решите системы линейных уравнений методом Крамера и матричным методом.

1. 
$$\begin{cases} -5x + 2y = 1 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} -x - y + z = 3 \\ 2x - 2y + z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

3. 
$$\begin{cases} x - 5y + z = 10 \\ 2x - 3y + 2z = 6 \\ -x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

Критерии оценки практических работ:

Оценка «5» ставится в том случае, если обучающийся:

- выполнил работу в полном объеме;
- в представленном отчете правильно и аккуратно выполнил все записи, таблицы, рисунки, графики, вычисления;
- оформлена работа в соответствии с требованиями;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится в том случае, если обучающийся:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится в том случае, если обучающийся:

- работа выполнена на 60%;
- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится в том случае, если обучающийся:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере;
- значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Типовые задания для контрольной работы по разделу «Элементы аналитической геометрии»

*Вариант № 1.*

1. Определить угол между двумя векторами  $a=7i+2j-4k$  и  $b=-3i+6j-5k$ .
2. Найти смешанное произведение векторов  $a=3i+5j-6k$ ,  $b=-i+2j-3k$  и  $c=2i-6j-6k$ .
3. При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a}(4; m-1; m)$  и  $(-2; 4; 3-m)$  перпендикулярны?
4. Найти расстояние от точки  $A(2; -5)$  до прямой  $6x+8y-7=0$ .
5. Написать каноническое уравнение гиперболы, зная что: расстояние между фокусами  $2c=30$ , а между вершинами  $2a=20$ .

*Образец оформления задания:*

*Задание 1.* Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a} = \{2; -1; -1\}$ ,  $\vec{b} = \{1; 3; -1\}$ ,  $\vec{c} = \{1; 1; 4\}$ .

*Решение:*

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 26 + 5 + 2 = 33.$$

Ответ: 33.

Критерии оценки контрольной работы:

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- оформлена работа правильно и аккуратно;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Критерии ошибок:

- **К г р у б ы м** ошибкам относятся ошибки, которые обнаруживают незнание обучающимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- **К н е г р у б ы м** ошибкам относятся: потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им;
- **К н е д о ч е т а м** относятся: нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Приступая к изучению дисциплины ЕН.01. «Элементы высшей математики», студенту необходимо внимательно ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной литературы.

Основными видами аудиторной работы студентов являются урок и практические занятия.

В ходе урока преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы. Во время занятий необходимо вести конспект. Преподаватель дает на уроке задания для закрепления пройденного материала, организует и оказывает студенту помощь в самостоятельной работе во время урока, дает рекомендации на подготовку к практической работе и указания на выполнение домашней работы. Во время урока преподаватель также проводит проверку теоретических знаний по теме прошлого урока. Активное участие студента во всех этапах занятия, позволит ему качественно усвоить необходимый теоретический и практический материал, разобраться в основных вопросах и получить дополнительные необходимые для понимания и дальнейшей практической деятельности рекомендации преподавателя.

В ходе изучения дисциплины ЕН.01. «Элементы высшей математики» предусмотрено **32 часа** практических работ, которые проводятся после изучения теоретического материала.

Целями выполнения практических работ являются:

- 1) обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам;

2) формирование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;

3) развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов; аналитических, проектировочных, конструктивных и др.

4) выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Практические занятия вырабатывают у студентов навыки применения полученных знаний для решения профессиональных практических задач. На практических занятиях студенты выполняют тренировочные упражнения, решают задачи, занимаются построением графиков, схем.

Во время проведения занятий, обучающиеся должны иметь методические указания по выполнению практических работ, конспекты лекций, средство для вычислений, линейку и карандаш.

Каждая практическая работа содержит тему и цель работы, теоретические сведения, образец выполнения заданий и сами задания.

После окончания работы каждый студент составляет отчет. Небрежное оформление отчета недопустимо.

Студент обязан выполнить весь перечень практических работ.

Требования к оформлению отчетов к практическим работам.

Отчеты к выполненным практическим работам должны соответствовать требованиям Единой системы конструкторской документации (ЕСКД) и Единой системы технической документации (ЕСТД).

Отчет по практической работе следует выполнять в тетради формата А4 чернилами черного или синего цвета, таблицы и рисунки – карандашом.

Отчеты начинаются с титульного листа. Все последующие листы, текстового документа должны иметь рамку. Рамку наносят сплошной основной линией (8=0,5...0,8 мм) на расстоянии 20 мм от левой границы формата и 5 мм от остальных границ формата.

Все листы нумеруются сквозной нумерацией. Титульный лист входит в количество листов. На всех последующих листах нумерация проставляется в микроштампе (10x 15 мм).

Текст располагается внутри рамки с соблюдением расстояний:

- в начале строки не менее 5 мм;
- в конце строки не менее 3 мм;
- от верхней или нижней строки текста до верхней или нижней рамки должно быть не менее 10 мм;
- новый абзац начинают, отступая 15 мм от границы текста;
- между заголовком и последующим текстом должно быть не менее 15 мм.

Каждая практическая работа начинается с нового листа.

В заголовке каждой практической работы указывается тема и номер работы:

*Практическая работа № \_\_.*

*Тема: \_\_\_\_\_.*

*Вариант № \_\_.*

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по положенному варианту.

Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

В ходе работы необходимо строго соблюдать правила техники безопасности.

При работе в кабинете студентам запрещается:

- находиться в кабинете в отсутствии преподавателя и на перемене;
- вставать со своего места и ходить по кабинету без разрешения преподавателя;
- размещать на рабочем месте посторонние предметы.

Обучающийся обязан:

- спокойно, не торопясь, не задевая столы, входить в кабинет и занять отведенное ему место,
- работать на одном, закрепленном за ним месте,
- во время перемены покинуть кабинет,
- приступать к работе по указанию преподавателя,
- по окончании работы сдать выданные материалы преподавателю,
- привести свое рабочее место в порядок.

Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту необходима предварительная самостоятельная работа по теме планируемого занятия: работа над конспектом, учебником, учебным пособием, интернет - ресурсами, чтобы основательно овладеть теорией вопроса.

В ходе изучения дисциплины ЕН.01. «Элементы высшей математики» предусмотрена внеаудиторная (домашняя) самостоятельная работа в объеме **50 часов**.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентами в целях:

- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности обучающихся;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;
- развитие исследовательских умений;
- умение использовать материал, собранный и полученный в ходе самостоятельных занятий для решения практических задач.

Внеаудиторная самостоятельная работа дополняет содержание аудиторных занятий, способствует закреплению, обобщению и систематизации полученных на уроках теоретических знаний и совершенствованию практических умений, а также развитию таких качеств личности, как ответственность и организованность.

Объем времени для выполнения учебного задания определен эмпирически - на основании наблюдений за выполнением студентами аудиторной самостоятельной работы; на основе опроса студентов о затратах времени на выполнение того или иного внеаудиторного задания; на основе хронометража собственных затрат преподавателя на решение той или иной задачи с внесением поправочного коэффициента из расчета уровня знаний и умений студента по дисциплине.

Оценка за выполнение домашнего задания выставляется в журнал учебных занятий.

Дополнительные занятия и консультации позволяют студенту восполнить пробелы в знаниях под руководством преподавателя, выполнить пропущенную работу, за которую должна стоять оценка, повысить оценку, обсудить вопросы, направленные на углубленное изучение темы, получить консультацию преподавателя по теме научно-исследовательской работы.

Технологическая карта практических работ

№ занятия	Тема практической работы	Кол. часов	Задание	Литература со стр.
3	Операции над матрицами. Вычисление определителей.	2	Используя теоретические сведения, выполнить заданные действия над матрицами и вычислить определители.	[5, с. 6]
5	Нахождение обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы.	2	Используя теоретические сведения, найти обратные матрицы к данным, вычислить ранг матриц.	[5, с. 14]
8	Решение СЛАУ матричным методом и методом Крамера.	2	Используя теоретические сведения, решить СЛУ методом Крамера и матричным методом.	[5, с. 18]
10	Решение СЛАУ методом Гаусса.	2	Используя теоретические сведения, решить СЛУ методом Гаусса.	[5, с. 21]
12	Решение задач с использованием векторной алгебры.	2	Используя сведения по теме «векторная алгебра» решить задачи.	[5, с. 24]
16	Составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение.	2	Используя теоретические сведения, составить уравнения прямых и кривых второго порядка.	[5, с. 29]
19	Действия над комплексными числами.	2	Используя теоретические сведения, выполнить различные операции над комплексными числами, представить комплексные числа в различной форме.	[5, с. 40]
23	Вычисление пределов, раскрытие неопределенностей.	2	Используя теоретические сведения, вычислить предложенные пределы функций.	[5, с. 44]
26	Вычисление производных сложных функций.	2	Используя теоретические сведения найти производные функций.	[5, с. 48]
29	Полное исследование функции. Построение графиков.	2	Используя теоретические сведения провести полное исследование функций и построить графики.	[5, с. 52]
32	Методы интегрирования неопределенных интегралов.	2	Используя теоретические сведения, найти предложенные интегралы.	[5, с. 55]
35	Вычисление определенных интегралов.	2	Используя теоретические сведения, вычислить определенные интегралы, вычислить площади плоских фигур.	[5, с. 58]
39	Вычисление пределов и частных производных функций нескольких переменных.	2	Используя теоретические сведения, найти пределы и частные производные от заданных функций.	[5, с. 62]
42	Вычисление двойных	2	Используя теоретические	[5, с. 65]

	интегралов.		сведения, найти повторные и двойные интегралы.	
47	Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка.	2	Используя теоретические сведения, решить дифференциальные уравнения 1-го порядка.	[5, с. 71]
49	Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка.	2	Используя теоретические сведения, решить дифференциальные уравнения 2-го порядка.	[5, с. 76]

### Примерные творческие задачи

1. Исследовать функцию  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$  и построить ее график.

2. Вычислить интеграл:  $\int x^2 \sin x dx$ .

3. Вычислить интеграл:  $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2 - 2x + 8}}$ .

4. Вычислить интеграл:  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

5. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$  в точке  $M(1, 1, 1)$ .

6. Вычислить производную функции  $z = x^2 + y^2x$  в точке  $A(1, 2)$  по направлению вектора  $\overline{AB}$ , если  $B(3, 0)$ .

7. Определить ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$

8. Пусть  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ; Найти произведение матриц.

### Задания для самостоятельной работы обучающихся

№ дом. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
Раздел 1. Элементы линейной алгебры.				
1.	Тема 1.1. Матрицы и действия над ними.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 2 [6, с. 5]. Подготовить реферат или создать презентацию по	1	Устный опрос на уроке. Выполнение теста на уроке.

№ дом. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
		одной из тем: «Использование элементов высшей математики в профессиональной деятельности», «Определители n-го порядка. Свойства определителей».		Защита реферата или представление презентации.
2.	Тема 1.2. Определитель матрицы и его свойства.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 3 [6, с. 5]. Подготовиться к практической работе № 1 [5, с. 6].	1	Устный опрос на уроке. Выполнение самостоятельной работы на уроке. Проверка отчета по выполнению практической работы.
3.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 4 [6, с. 5]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Обратная матрица», «Ранг матрицы».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
4.	Тема 1.3. Обратная матрица. Ранг матрицы.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 5 [6, с. 5]. Подготовиться к практической работе № 2 [5, с. 14].	1	Устный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
5.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 6 [6, с. 5]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Системы линейных уравнений. Способ решения систем линейных уравнений графическим методом». Подготовиться к контрольной работе по разделу «Элементы линейной алгебры».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации. Проверка правильности выполнения контрольной работы на уроке.
<b>Раздел 2. Системы линейных уравнений и методы их решения.</b>				
6.	Тема 2.1. СЛАУ, общее решение. Частное и базисное решение.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 7 [6, с. 6]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Решение систем линейных уравнений методом Крамера», «Решение СЛУ методом обратной матрицы».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.

№ доп. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
7.	Тема 2.2. Решение СЛАУ методом Крамера и матричным методом.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 8 [6, с. 6]. Подготовиться к практической работе № [5, с. 18].	1	Выполнение самостоятельной работы на уроке. Проверка отчета по выполнению практической работы.
8.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 9 [6, с. 6]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Метод исключения неизвестных – метод Гаусса».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
9.	Тема 2.3. Решение СЛАУ методом Гаусса.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 10 [6, с. 6]. Подготовиться к практической работе № 4 [5, с. 21].	1	Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
10.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 11 [6, с. 6]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Вектор. Координаты вектора. Модуль вектора. Операции над векторами», «Скалярное произведение векторов», «Векторное произведение векторов», «Смешанное произведение векторов». Подготовиться к контрольной работе по разделу «Системы линейных уравнений и методы их решения».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации. Проверка правильности выполнения контрольной работы на уроке.
<b>Раздел 3. Элементы аналитической геометрии.</b>				
11.	Тема 3.1. Векторы. Операции над векторами.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 12 [6, с. 7]. Подготовиться к практической работе № 5 [5, с. 24].	1	Выполнение теста на уроке. Проверка отчета по выполнению практической работы.
12.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 13 [6, с. 7]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Уравнения прямой на плоскости».	1	Устный опрос на уроке. Защита реферата или представление презентации.
13.	Тема 3.2. Уравнение	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 14 [6,	1	Выполнение самостоятельной

№ доп. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
	прямой на плоскости.	с. 7]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Кривые 2-го порядка: канонические уравнения окружности», «Кривые 2-го порядка: канонические уравнения эллипса».		работы на уроке. Защита реферата или представление презентации.
14.	Тема 3.3. Кривые второго порядка.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 15 [6, с. 7]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Кривые 2-го порядка: канонические уравнения гиперболы», «Кривые 2-го порядка: канонические уравнения параболы».	1	Устный и письменный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
15.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 16 [6, с. 7]. Подготовиться к практической работе № 6 [5, с. 29].	1	Устный опрос на уроке. Проверка отчета по выполнению практической работы.
16.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 17 [6, с. 8]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Комплексные числа и их геометрическая интерпретация», «Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме». Подготовиться к контрольной работе по разделу «Элементы аналитической геометрии».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации. Проверка правильности выполнения контрольной работы на уроке.
<b>Раздел 4. Основы теории комплексных чисел.</b>				
17.	Тема 4.1. Комплексные числа, действия над ними.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 18 [6, с. 8]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме», «Показательная форма комплексного числа».	1	Выполнение самостоятельной работы на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.

№ дом. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
		Действия над комплексными числами в показательной форме».		
18.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 19 [6, с. 8]. Подготовиться к практической работе № 7 [5, с. 40].	1	Устный и письменный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
19.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 20 [6, с. 8]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Предел функции. Свойства предела функции». Подготовиться к контрольной работе по разделу «Основы теории комплексных чисел».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации. Проверка правильности выполнения контрольной работы на уроке.
Раздел 5. Основы математического анализа.				
20.	Тема 5.1. Предел функции и его свойства.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 21 [6, с. 8]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Непрерывность функций. Точки разрыва, их классификация».	1	Устный опрос на уроке. Выполнение самостоятельной работы на уроке. Защита реферата или представление презентации.
21.	Тема 5.2. Непрерывность функции. Точки разрыва, их классификация.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 22 [6, с. 8]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Первый и второй замечательные пределы», «Правило Лопиталя».	1	Выполнение самостоятельной работы на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
22.	Тема 5.3. Замечательные пределы, способы раскрытия	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 23 [6, с. 9]. Подготовиться к практической работе № 8 [5, с. 44].	1	Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
23.	неопределенностей.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 24 [6, с. 9]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Производная функции. Правила дифференцирования», «Физический смысл	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.

№ дом. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
		производной», «Геометрический смысл производной. Уравнение касательной». Повторить таблицу производных.		
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.				
24.	Тема 6.1. Производная. Правила дифференцирования. Физический и геометрический смысл производной.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 25 [6, с. 9].	1	Устный и письменный опрос на уроке. Выполнение теста на уроке.
25.	Тема 6.2. Производная сложной функции. Производные высших порядков.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 26 [6, с. 9]. Подготовиться к практической работе № 9 [5, с. 48].	1	Устный и письменный опрос на уроке. Проверка отчета по выполнению практической работы.
26.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 27 [6, с. 9]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Дифференциал функции».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
27.	Тема 6.3. Дифференциал функции.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 28 [6, с. 9]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Возрастание и убывание функций, экстремумы функций», «Выпуклые функции. Точки перегиба», «Асимптоты».	1	Устный опрос на уроке. Выполнение самостоятельной работы на уроке. Защита реферата или представление презентации.
28.	Тема 6.4. Исследование функций с помощью производной.	Повторить конспект лекций. Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 29 [6, с. 9]. Подготовиться к практической работе № 10 [5, с. 52].	1	Устный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
29.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 30 [6, с. 10]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Неопределенный интеграл, его свойства». Подготовиться к контрольной работе по	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации. Проверка правильности выполнения контрольной работы на

№ дом. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
		разделу «Основы математического анализа. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной».		уроке.
Раздел 7. Интегральное исчисление функции одной переменной.				
30.	Тема 7.1. Неопределенный интеграл и его свойства.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 31 [6, с. 10].	1	Выполнение теста на уроке. Проверка выполнения домашнего задания.
31.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 32 [6, с. 10]. Подготовиться к практической работе № 11 [5, с. 55].	1	Выполнение самостоятельной работы на уроке. Проверка отчета по выполнению практической работы.
32.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 33 [6, с. 10]. Подготовить реферат или создать презентацию по одной из тем: «Определенный интеграл, его свойства», «Приложения определенного интеграла в физике», «Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов».	1	Устный и письменный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
33.	Тема 7.2. Определенный интеграл и его свойства.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 34 [6, с. 10].	1	Устный опрос на уроке. Выполнение самостоятельной работы на уроке. Проверка выполнения домашнего задания.
34.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 35 [6, с. 10]. Подготовиться к практической работе № 12 [5, с. 58].	1	Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
35.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 36 [6, с. 10]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Несобственные интегралы».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
36.	Тема 7.3. Несобственные интегралы.	Повторить конспект лекций. Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 37 [6, с. 10]. Подготовиться к	1	Устный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Проверка

№ дом. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
		контрольной работе по разделу «Интегральное исчисление функции одной переменной».		правильности выполнения контрольной работы на уроке.
<b>Раздел 8. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных.</b>				
37.	Тема 8.1. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Понятие частной производной.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 38 [6, с. 10]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Частные производные».	1	Устный опрос на уроке. Выполнение самостоятельной работы на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
38.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 39 [6, с. 11]. Подготовиться к практической работе № 13 [5, с. 62].	1	Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
39.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 40 [6, с. 11]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Двойные интегралы и их свойства».	1	Устный опрос на уроке. Защита реферата или представление презентации.
<b>Раздел 9. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных.</b>				
40.	Тема 9.1. Двойные интегралы и их свойства.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 41 [6, с. 11].	1	Устный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания.
41.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 42 [6, с. 11]. Подготовиться к практической работе № 14 [5, с. 65].	1	Устный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
42.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 43 [6, с. 11]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Дифференциальные уравнения и их применение в различных областях». Подготовиться к контрольной работе по разделу «Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких действительных	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации. Проверка правильности выполнения контрольной работы на уроке.

№ дом. задания	Номер и наименование разделов, тем	Задания для внеаудиторной (домашней) самостоятельной работы	Примерный объем времени на выполнение, час.	Формы контроля
		переменных».		
Раздел 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения.				
43.	Тема 10.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общее и частное решения.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 44 [6, с. 11]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными».	1	Устный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
44.	Тема 10.2. Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 45 [6, с. 12].	1	Выполнение самостоятельной работы на уроке.
45.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 46 [6, с. 12].	1	Устный и письменный опрос на уроке. Проверка выполнения домашнего задания.
46.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 47 [6, с. 12]. Подготовиться к практической работе № 15 [5, с. 71].	1	Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
47.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 48 [6, с. 12]. Подготовить реферат или создать презентацию по теме: «Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами».	1	Проверка выполнения домашнего задания. Защита реферата или представление презентации.
48.	Тема 10.3. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.	Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 49 [6, с. 12]. Подготовиться к практической работе № 16 [5, с. 76].	1	Проверка выполнения домашнего задания. Проверка отчета по выполнению практической работы.
49.		Повторить конспект лекций. Выполнить задание № 50, 51 [6, с. 12]. Подготовиться к контрольной работе по разделу «Обыкновенные дифференциальные уравнения».	1	Устный и письменный опрос на уроке. Проверка правильности выполнения контрольной работы на уроке.
50.		Повторить конспект лекций.	1	Подготовка к экзамену.